Društvo matematičara i fizičara
13. ožujka 2017., Rijeka

Natjecanje iz matematike

Društvo matematičara i fizičara iz Rijeke organizira natjecanje iz matematike namijenjeno učenicima osnovnih i srednjih škola. Natjecanje se ove godine sastoji od skupine zanimljivih zadataka čije metode rješavanja jasno ukazuju na široku primjenu matematike u svakodnevnom životu.

U nastavku su upute za natjecatelje. Ukoliko imate bilo kakva pitanja, najljepše molimo da nam se obratite e-mailom na adresu tajnik@dmf.hr.

UPUTE ZA NATJECATELJE
Natjecanje iz matematike u organizaciji Društva matematičara i fizičara ove se godine održava od

14. ožujka 2017. godine do 07. travnja 2017. godine.

Rješenja zadanih zadataka može predati pojedinačni natjecatelj ili grupa natjecatelja koja broji najviše četiri člana. Vaši radovi moraju biti originalni, a radovi koji sadrže slike, animacije, filmove i sličan sadržaj preuzet s Interneta neće se razmatrati. U svojim radovima se možete koristiti različitim softverskim alatima ukoliko tako želite pa se tako prigodno možete služiti na primjer: Microsoft PowerPointom za izradu prezentacija, alatima za multimediju (za obradu slike, zvuka, filma,...), programima za dinamičnu geometriju, alatima za izradu računalnih animacija, programskim jezicima C, C++, programskim paketima Python, Maxima i sl. Ukoliko prilažete i multimedijalni sadržaj uz rješenja zadataka, takav sadržaj mora biti vaš originalni uradak.

OBJAŠNJENJE RADA
Svaki rješeni zadatak uz konačno rješenje uključuje i detaljan postupak koji je doveo do rješenja. Napišite ga čitko rukom ili utipkajte u neki od standardnih programa za obradu teksta. Pri objašnjenju rješenja zadataka nastojite se služiti matematičkim jezikom u najvećoj mogućoj mjeri te priložite multimedijalni sadržaj ukoliko smatrate potrebnim dodatno pojasniti svoja rješenja slikom, filmom i/ili glazbom.

NAGRADE
Najbolji radovi bit će nagrađeni i predstavljeni u okviru Festivala znanosti 2017. čija je ovogodišnja istaknuta tema "Vrijeme". Svoja rješenja snimite na CD-u ili DVD-u te ih u zatvorenoj omotnici predajte ili pošaljite do isteka roka **07. travnja 2017. (žig na kuverti)** na adresu:

Društvo matematičara i fizičara
Radmile Matejčić 2, 51 000 Rijeka
(s naznakom) Za natjecanje iz matematike

Omoti s radovima moraju sadržavati ime i prezime natjecatelja, školu i godinu pohađanja nastave, točnu adresu i broj telefona ili mobitela te ime i prezime nastavnika mentora. Za radove poslane poštom, žig mora biti najkasnije s datumom posljednjega dana natjecanja. Nepravodobni ili nekorektno potpisani radovi neće se razmatrati.
Za kontakt možete nazvati Odjel za matematiku na telefon 051/584-650 ili poslati poruku e-mailom na adresu: tajnik@dmf.hr.

Svima želimo puno uspjeha, odličnih ideja i zanimljivih realizacija!

ZADACI

OSNOVNA ŠKOLA

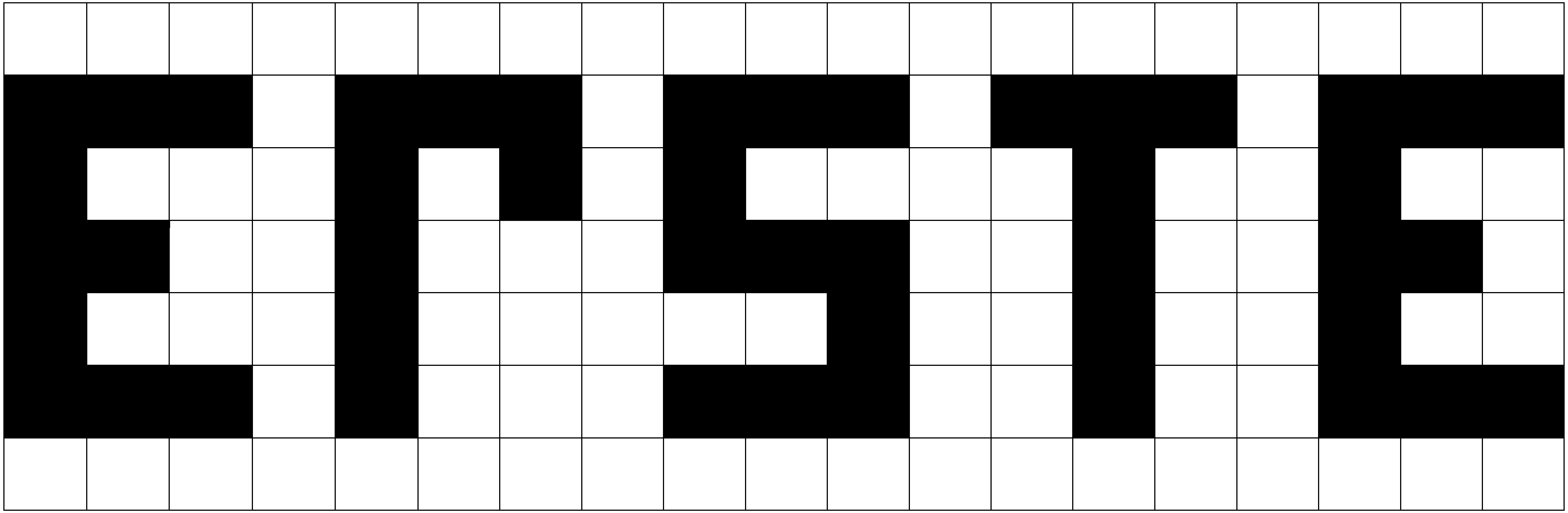
1. A) Pronađite primjer objekta kojemu su barem dvije komponente u omjeru zlatnog reza (omjer veće komponente i manje komponente mora biti što bliži vrijednosti zlatnog broja Φ). Objekt potražite u svom gradu: promotrite školu, bolnicu, općinu, zgradu u kojoj stanujete ili neki sasvim drugi objekt po Vašoj želji. Uz rješenje zadatka priložite i fotografiju objekta kojeg ste promatrali te sva pripadna mjerenja koja ste izvršili prije zaključivanja.

   B) Svojstva zlatnog reza bila su poznata ljudima još od drevnih vremena. Koristeći se Herodotovim navodom *„Jedan egipatski svećenik govoreći o obliku Keopsove piramide spomenuo mi je da je površina kvadrata nad njezinom visinom jednaka površini bočnog trokuta"* pokažite da je omjer duljine visine bočne strane Keopsove piramide i polovine duljine stranice baze jednak broju Φ, gdje je Φ oznaka za zlatni rez.

2. Koristeći se podacima Državnog zavoda za statistiku pratite broj stanovnika grada Rijeke od 1857. godine do 2001. godine. Podatke upišite u tablicu te potom izradite pripadni graf (preporučeni program za izradu je Excel ili sličan program koji se koristi za izradu proračunskih tablica). Na temelju dobivenog grafa opišite razdoblja rasta i pada broja stanovnika te zaključite u kojem razdoblju između 1857. i 2001. godine je grad Rijeka imao najveći broj stanovnika. Priložite sav potreban materijal koji se koristili tijekom rješavanja zadatka.

3. Definirajmo godinu rasta/pada broja stanovnika kao godinu koja ima veći/manji broj stanovnika u odnosu na prethodnu godinu (npr. 2001. godina je godina pada broja stanovnika pošto je prethodnim popisom stanovništa iz 1991. godine utvrđen veći broj stanovnika grada Rijeke nego popisom 2001. godine). Odredite graf koji će za vrhove imati sve godine iz prethodnog zadatka osim 1857. i 2001. godine te će za skup vrhova vrijediti da su dva vrha povezana crvenom bojom u slučaju da oni predstavljaju godine rasta broja stanovnika, odnosno dva vrha su povezana plavom bojom u slučaju da oni predstavljaju godine pada broja stanovnika. Opišite dobiveni graf. Koji bi vam najmanji broj godina (vrhova) bio potreban da zaključite da vrijedi tvrdnja: postoje barem tri godine koje bilježe rast broja stanovnika ili barem tri godine koje bilježe pad broja stanovnika? Obrazložite svoj odgovor.

4. Vizualnom kriptografijom šifrira se tajna slika čije se dešifriranje ne provodi na računski način već putem ljudskog vida. Svaki piksel na slici koja se nalazi u nastavku potrebno je šifrirati na dvije prozirne folije pomoću vizualne kriptografije. Nakon preklapanja tih folija moguće je rekonstruirati originalnu sliku uz 50% gubitka kontrasta, međutim iz pojedinačnih folija nije moguće rekonstruirati originalnu sliku.


ErSTE

SREDNJA ŠKOLA

1. Matematičari od davnina proučavaju proste brojeve. Broj 2017 je prost broj, a tema ovogodišnjeg Festivala znanosti je *vrijeme*. Odredite koja je zadnja znamenka broja $x^{2017} + y^{2017}$, pri čemu x predstavlja dan i y mjesec iz datuma kad ste rješavali ovaj zadatak. Što možete zaključiti o dobivenom broju? Uz rješenje zadatka potrebno je priložiti i postupak rješavanja.

2. U trokutu ΔABC odredite mjeru kuta β ako je duljina visine iz vrha C na stranicu $\overline{AB}$ jednaka polovini duljine te stranice i ako je mjera kuta $\alpha = 75°$.

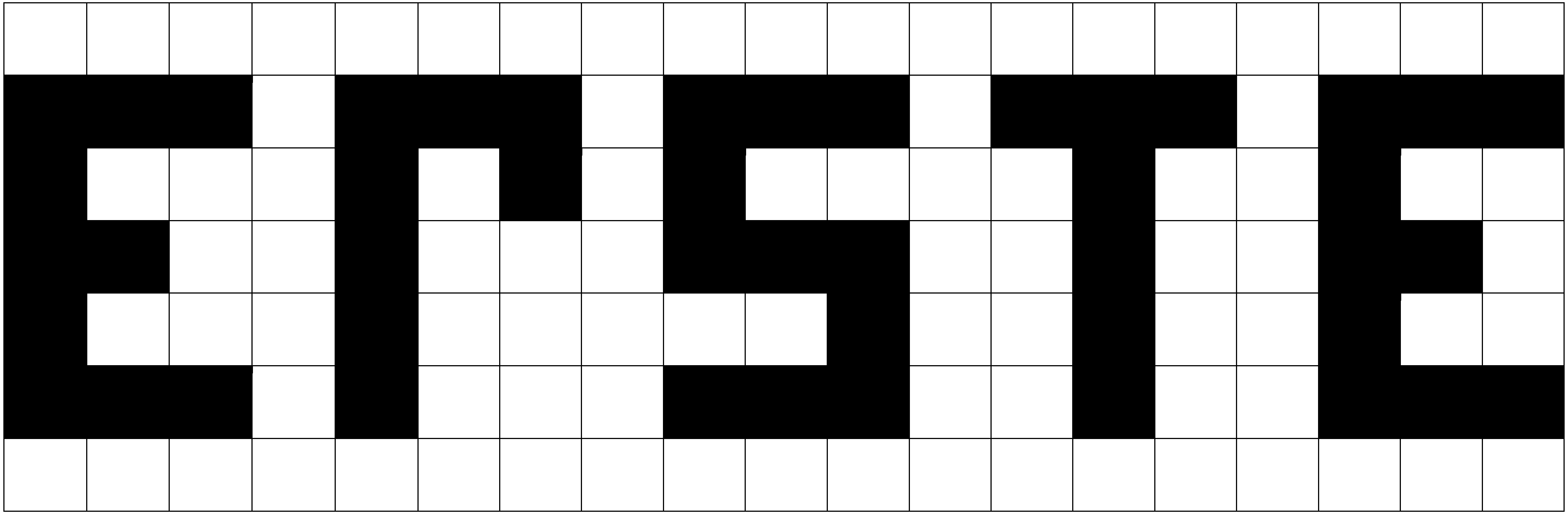
3. Ana želi šifrirati niz od 10 decimalnih znamenki i poslati ga Ivanu. Neka je S_L funkcija za šifriranje tog niza znamenki. Niz decimalnih znamenki $D_1, D_2, \dots, D_n \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ je šifriran nizom decimalnih znamenki $C_1, C_2, \dots, C_n \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ tako da vrijedi $C_i = S_L(D_i)$, $\forall i,\ 1 \leq i \leq n$. Objasnite koja od sljedećih pet preslikavanja predstavljaju moguće funkcije šifriranja:

   $A)$ $S_L(D) = D$ B) $S_L(D) = L$ C) $S_L(D) = D + L$

   D) $S_L(D) = D \cdot L$ E) $S_L(D) = D^{L+1}$,

   pri čemu su $D, L \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ i sve su operacije modulo 10 (mod 10).

4. Vizualnom kriptografijom šifrira se tajna slika čije se dešifriranje ne provodi na računski način već putem ljudskog vida. Svaki piksel na slici koja se nalazi u nastavku potrebno je šifrirati na četiri prozirne folije pomoću vizualne kriptografije. Nakon preklapanja barem triju folija moguće je rekonstruirati originalnu sliku uz 50% gubitka kontrasta, međutim iz pojedinačnih folija nije moguće rekonstruirati originalnu sliku.


ERSTE