

## Prošireni pogled na diferencijabilnost

*prof.dr.sc. Nikola Kočić-Bilan*

*Prirodoslovno-matematički fakultet Sveučilišta u Splitu*

Diferencijabilnost skalarnih i vektorskih funkcija više varijabli definirana je samo u točkama nutrine funkcijske domene što ima za posljedicu tradicionalno razmatranje funkcija samo s otvorenom domenom u  $\mathbb{R}^n$ . Time je bitno sužena mogućnost primjene potencijalnih tehnika i alata diferencijalnog računa i na širu klasu funkcija. Iako se za tako nešto snažno nameće potreba kod različitih problema matematičke analize i drugih matematičkih grana do sada se pojam diferencijabilnosti funkcije nije razmatrao niti definirao u točkama van nutrine domene funkcije (osim gdje u rubnim točkama domene funkcije oblika  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ). U ovom predavanju definirat ćemo diferencijabilnost u svim točkama domene  $X \subseteq \mathbb{R}^n$  funkcije  $f : X \rightarrow \mathbb{R}^m$  u kojima taj pojam ima smisla. To su točke koje dopuštaju okolinske zrake u  $X$  što je minimalni uvjet da bi pojam linearizacije funkcije (što je esencijalno svojstvo diferencijabilnih funkcija) imao smisla. Na takav se način bitno poopćuje pojam diferencijabilnosti, a taj prošireni pogled nam omogućuje novu teoriju diferencijabilnih funkcija koja nudi posve neočekivane fenomene i patologije (poput višeznačnosti diferencijala, prekidnosti diferencijabilnih funkcija...) ali i otkriva neke uvriježene miskonceptije u visokoškolskoj nastavi. Ipak, ako se teorija reducira samo na točke s posebno lijepim svojstvima (točke koje dopuštaju zrakastu okolinu i prostor linearizacije dimenzije jednake dimenziji euklidskog prostora kojemu pripada funkcijska domena), onda sva svojstva i sve tvrdnje proširene teorije ostaju iste kao i do sada. Nadalje, svi poznati teoremi i tehnike calculusa mogu se uspješno poopćiti i podržati novu teoriju pri čemu ulogu parcijalnih derivacija preuzimaju derivacije duž odabranih vektora. To posebno dolazi do izražaja kod onih funkcija koje su diferencijabilne u točki u kojoj ne postoje njezine parcijalne derivacije.

Svi prezentirani rezultati dio su knjige *Osnove matematičke analize I* koja je u pripremi za izdavanje na PMF-u u Splitu tijekom 2022. godine a publicirat će se i u sklopu nekoliko znanstvenih radova na tu temu.